Incertitudes en Sciences de la nature

Ce document est destiné aux étudiants du programme de sciences de la nature du collège Montmorency. Il porte sur l'art de calculer et de bien exprimer les incertitudes absolues (ou relatives) accompagnant une donnée ou un résultat. Plus précisément, nous allons initialement discuter de la façon standard de présenter une donnée ou un résultat expérimental. Nous verrons ensuite l'origine de l'incertitude absolue d'appareils de mesure usuels. Puis, nous allons résumer les différentes méthodes de calcul d'incertitude accompagnées d'exemples détaillés. Ce document se conclura avec une section sur la méthode de validation d'un résultat expérimental par son exactitude.

Expression d'une mesure expérimentale

Donnée et résultat

Il est important de bien établir la distinction entre une donnée et un résultat :

- Une **donnée** est une quantité mesurée en laboratoire à partir d'un instrument de mesure (par exemple une règle, un thermomètre, une balance, un voltmètre, etc.).
- Un **résultat** est une quantité obtenue mathématiquement à partir de données prises en laboratoire.

Les chiffres significatifs

Lorsqu'on effectue des mesures en laboratoire, il faut être conscient de la limite des mesures que l'on a prises. Une mesure peut être précise mais non exacte, la précision étant liée, entre autre, à l'incertitude relative d'une valeur, tandis que l'exactitude qualifie sa proximité avec la valeur réelle. Il faut donc déterminer la précision des mesures effectuées avec des chiffres significatifs. Dans une donnée ou un résultat, un chiffre sera significatif s'il est nécessaire pour définir la valeur de la mesure. Le nombre de chiffres significatifs est déterminé par l'incertitude absolue de la donnée ou du résultat. Il est important distinguer le nombre de chiffres significatifs et le nombre de décimales. Les 0 à gauche dans une donnée ou un résultat ne comptent pas comme des chiffres significatifs, tandis que ceux à droite comptent. Voici quelques exemples permettant d'illustrer ce concept.

Données/résultats	Nombre de chiffres significatifs	Nombre de décimales
0,335	3	3
$3{,}35 \times 10^3$	3	2
3,350	4	3
0,0335	3	4
0,033 05	4	5

On considère qu'une constante mathématique possède une infinité de chiffres significatifs. En effet, si on veut calculer le rayon à partir du diamètre, on divise celui-ci par 2. On considère donc que ce facteur de 2 est en fait 2,0000… à l'infini.

Autre cas particulier : une donnée ou un résultat de 0. On doit ajuster cette valeur selon les mêmes règles. Par exemple, si on veut exprimer un 0 avec trois chiffres significatifs, on obtient donc 0,000. Le premier zéro à gauche ne compte pas.

Arrondissement d'un nombre

Pour arrondir un nombre à une position donnée, on vérifie le chiffre immédiatement à droite de cette position. Si celui-ci est supérieur ou égal à 5, on augmente de 1 le chiffre à arrondir, sinon, il reste pareil.

Exemple : Le nombre 256,2590 contient 7 chiffres significatifs. On désire arrondir ce nombre afin qu'il reste :

- 6 chiffres significatifs : 256,259
- 5 chiffres significatifs : 256,26
- 4 chiffres significatifs : 256,3
- 3 chiffres significatifs : 256
- 2 chiffres significatifs : $2,6 \times 10^2$ ou 26×10^1
- 1 chiffre significatif : 3×10^2

Origines des incertitudes expérimentales

Définition

Bien que certaines valeurs numériques soient exactes (le nombre de frères ou sœurs que vous avez par exemple), les données prises en laboratoire sont souvent sensibles à de nombreuses sources de variabilité. Des valeurs différentes sont alors obtenues lors de déterminations multiples pour un même échantillon au cours de l'étude d'un même phénomène. D'ailleurs, plus le processus de prise de mesures est complexe (beaucoup de manipulations et d'étapes), plus les valeurs mesurées pourront varier. Ces mesures différentes résulteront évidemment en des valeurs calculées différentes.

Dans ce contexte, il est nécessaire d'effectuer l'évaluation de l'incertitude associée à l'imperfection des instruments et des organes sensitifs humains.

Détermination de l'incertitude sur une mesure

L'incertitude sur une donnée prise en laboratoire est attribuable à deux sources :

- La précision de l'instrument qui dépend de la qualité de l'instrument. Cette précision est parfois appelée « tolérance ». Cette précision est déterminée par deux facteurs tout au plus :
    - La résolution de l'appareil de mesure (par exemple : les graduations ou le nombre de chiffres significatifs sur l'affichage numérique de l'appareil). Elle est parfois spécifiée par le manufacturier;
    - La confiance du fabricant dans la calibration de l'appareil de mesure (par exemple : la calibration d'un multimètre ou d'une balance électronique).
- Les autres facteurs : on inclut habituellement ici les conditions particulières associées à la prise de mesure. Par exemple, si on mesure une longueur avec une règle en équilibre précaire, on augmentera l'incertitude de notre donnée en fonction de la confiance que nous avons dans la

qualité de notre mesure. On doit se fier à notre jugement pour évaluer cette précision, mais il importe de ne pas surestimer cette incertitude.

L'incertitude absolue d'une donnée prend donc la forme suivante :

$$\boxed{\Delta\, mesure = précision\ de\ l'instrument + \Delta\ des\ autres\ facteurs}$$

De façon pratique, on ne tiendra pas compte des autres facteurs en chimie. Par contre, ceux-ci devront être inclus en physique. S'il est possible d'établir expérimentalement les valeurs maximale et minimale entre lesquelles se trouve la valeur mesurée, on peut déterminer l'incertitude absolue de la façon suivante :

$$\boxed{\Delta\, mesure = \frac{valeur\ maximale - valeur\ minimale}{2}}$$

Précisions de certains instruments de mesure communs

Voici les principaux instruments de mesure qui se retrouvent généralement dans les laboratoires de sciences de la nature :

- **Règle** : il est possible d'utiliser une règle de deux façons :
  - Mesure d'une position : la précision sera donc donnée par la moitié de la plus petite division.
  - Mesure d'une longueur : celle-ci est déterminée par un alignement à deux endroits (deux positions). La précision sera donc donnée par la plus petite division (la moitié de la plus petite division fois deux).
- **Vis micrométrique** : la précision d'une vis micrométrique est donnée par la moitié de la plus petite division.
- **Vernier** : la précision du vernier est donnée par la plus petite division de l'appareil.
- **Chronomètre** : malgré le fait que les chronomètres ont souvent une précision de l'ordre du centième de seconde, nos réflexes ne nous permettent pas d'être aussi précis lors d'une mesure d'un intervalle de temps. Le temps de réflexe <u>minimal</u> pour la coordination œil-main de l'être humain est au minimum de 0,1 s. Il faudra ajuster cette valeur selon la complexité de l'expérience en cours.
- **Instruments volumétriques : pipette graduée, cylindre gradué, ballon jaugé, pipette jaugée, burette** : l'incertitude de l'instrument est fournie par le fabricant. Cette incertitude est alors utilisée et non la moitié de la plus petite graduation, dans le cas des instruments volumétriques gradués. Ex : l'incertitude d'un cylindre gradué de 10,0 mL est 0,1 mL. Dans le cas des pipettes et ballons jaugés, une seule incertitude s'applique pour le ménisque ajusté au trait de jauge. Ex : l'incertitude d'une pipette jaugée de 10,00 mL est 0,02 mL, selon le fabricant. <u>N.B</u> : Pour la burette, comme il faut ajuster le « 0 », l'incertitude sur le « 0 » doit aussi être incluse dans la mesure prise, ce qui a pour conséquence que l'incertitude sur la mesure doit être 2 fois l'incertitude de l'instrument utilisé. Ex : un volume mesuré sur une burette de 25,00 mL aura une incertitude de 2 x 0,03 mL, soit 0,06 mL.

- Dans le cas d'un appareil numérique dont le fabricant ne fournit pas d'information sur la précision, il est d'usage de déterminer la précision à une unité sur le chiffre le moins significatif affiché. Dans le cas d'une balance analytique, il faut doubler l'incertitude, car le zéro initial est lui aussi incertain. Ex : une masse de 1,023 g aura une incertitude de 0,002 g soit 2 x 0,001 g.

Incertitudes absolue et relative

Expression d'une incertitude absolue

Une donnée ou un résultat doit toujours contenir les trois éléments indissociables suivants :

1. Une valeur numérique représentant la donnée ou le résultat;
2. Son incertitude absolue;
3. Ses unités exprimées correctement selon le Système International (SI).

On exprime une donnée ou un résultat de la façon suivante :

$$\boxed{(\text{ Mesure} \pm \Delta \text{ Mesure }) \text{ x}10^{x} \text{ Unités}}$$

Une incertitude absolue comporte <u>un seul</u> chiffre significatif. Certains auteurs permettent toutefois de conserver un deuxième chiffre significatif si le premier chiffre est 1 ou 2.

La valeur de la mesure et son incertitude doivent avoir le même nombre de décimales. Si on utilise la notation scientifique, la valeur de la mesure et l'incertitude doivent avoir le même ordre de grandeur. Il est préférable d'utiliser le plus souvent les préfixes du système international afin d'alléger l'écriture (par exemple : micro, milli, centi, kilo, etc.).

L'unité de mesure n'est indiquée <u>qu'une seule fois</u> à la fin de la mesure expérimentale.

Exemples :

Valeur expérimentale	*Expression adéquate?*	*Correction*
(2,540±0,02) cm	Non. Le nombre de chiffres significatifs de la mesure ne correspond pas à celui de l'incertitude absolue.	(2,54±0,02) cm
(0,26±0,03) kg	Oui.	
(1,500±0,012) mol	Deux réponses possibles : • Non. Le nombre de chiffres significatifs de l'incertitude absolue est de 2. • Oui. Si le professeur(e) accepte un deuxième chiffre significatif après un 1 ou un 2.	(1,50±0,01) mol
(34,54±0,34) mL	Non. Le nombre de chiffres significatifs sur l'incertitude absolue est de 2.	(34,5±0,3) mL
1,54 g ± 0,02 g	Non. L'unité est écrite deux fois.	(1,54±0,02) g
(90,5±0,05) g	Non. Le nombre de chiffres significatifs de la mesure ne concorde pas avec celui de l'incertitude absolue.	(90,50±0,05) g
(5,32x10^{-5}±4x10^{-7})V	Non. L'ordre de grandeur de la mesure expérimentale ne concorde pas avec celui de son incertitude. De plus, il est préférable d'utiliser un préfixe.	(53,2±0,4) µV

Expression d'une incertitude relative

On exprime parfois une mesure avec une incertitude relative. Cette incertitude s'exprime sous la forme d'un pourcentage. L'incertitude relative est calculée de la façon suivante :

$$\text{Incertitude relative} = \frac{\Delta X}{X} \times 100 \text{ (exprimée en \%)}$$

On exprime toujours une incertitude relative avec deux chiffres significatifs. La mesure est exprimée de la façon suivante :

$$\boxed{\text{Mesure x}10^{x}\text{ Unités à \% près}}$$

On confond souvent l'incertitude relative avec la précision d'une mesure (ici le mot précision n'a pas la même signification que lorsqu'il est employé pour parler de la précision d'un appareil de mesure; il s'agit réellement de déterminer si la mesure est précise ou pas). En effet, l'incertitude relative permet de plus facilement estimer si une donnée ou un résultat sont précis ou non.

Exemple :

On mesure une longueur avec une règle de (15,3±0,1) cm. L'incertitude relative est $\frac{0{,}1\ cm}{15{,}3\ cm} \times 100 = 0{,}65\ \%$. La mesure devient donc : 15,3 cm à 0,65% près.

Incertitude d'une constante

Une constante mathématique, comme un facteur multiplicatif tel que 4 dans la formule de calcul de l'aire d'un cercle, $4\pi r^2$, est considérée comme infiniment précise. Ceci signifie que son incertitude absolue est de 0,0000000… ou que son incertitude relative est de 0,0%.

Il est important de ne pas confondre constante mathématique avec constante physique (comme la constante des gaz parfait, ou l'accélération gravitationnelle, etc.)

Calculs d'incertitudes

Le résultat d'un calcul impliquant des données expérimentales comporte également une incertitude absolue. Cette incertitude absolue est déterminée par la nature des opérations mathématiques effectuées lors du calcul.

Il est possible de déterminer l'incertitude sur une valeur calculée à partir de deux méthodes :

- La méthode différentielle;
- La méthode des extrêmes.

En général, les deux méthodes sont donc équivalentes. Cependant, la méthode des extrêmes peut parfois surestimer l'incertitude absolue tandis que la méthode différentielle peut sous-estimer l'incertitude absolue. Tout est une question de choisir adéquatement la bonne méthode selon les conditions particulières du calcul à effectuer. Dans la majorité des cas, les deux méthodes vont donner des incertitudes absolues égales ou similaires, mais ce n'est pas toujours le cas. Idéalement, une incertitude absolue obtenue avec la méthode différentielle devrait être du même ordre de grandeur ou identique à une incertitude absolue obtenue avec la méthode des extrêmes, et vice-versa.

Cependant, il est possible qu'une méthode de calcul soit imposée. Celle-ci est laissée à la discrétion du professeur(e).

Dans certains cas, on choisira d'utiliser la méthode des extrêmes :

- Lorsque la formule contient une fonction trigonométrique comme le sinus, le cosinus ou la tangente;
- Lorsque la formule contient une fonction exponentielle ou un logarithme;
- Lorsque l'incertitude relative d'une ou plusieurs données dépasse 15%.

Autrement, les deux méthodes feront l'affaire.

Arrondissement au cours d'un calcul d'incertitude

Il est très important de ne pas arrondir les valeurs numériques lors du calcul d'une incertitude absolue. On arrondit le résultat et son incertitude absolue seulement à la fin du calcul.

Règles simples obtenues à partir de la méthode différentielle

La méthode différentielle peut être appliquée à plusieurs opérations mathématiques simples. Il en découle une série de règles simples que nous allons énumérés plus bas. Pour plus de détails sur l'origine de ces règles et sur la méthode différentielle en général, nous référons le lecteur à la médiagraphie.

Par contre, il est très important de connaître les limitations de l'application des règles simples. **Les règles simples ne peuvent être appliquées que si on a réorganisé une formule afin que chaque variable n'apparaisse qu'une seule fois. Si cette condition n'est pas respectée, l'incertitude sera surestimée. Il faudra donc dans ce cas employer la méthode des extrêmes.**

Multiplication ou division par une constante mathématique

L'incertitude sur une multiplication ou une division par une constante mathématique :

$$\boxed{Z = aX \text{ } ou \text{ } \frac{X}{a}}$$

est donnée par la relation suivante :

$$\boxed{\Delta Z = a\Delta X \text{ } ou \text{ } \frac{\Delta X}{a}}$$

où a est une constante mathématique. Puisque l'incertitude sur une constante mathématique est nulle, on ne la considère pas dans le calcul.

Exemple :

On mesure un diamètre avec une règle de $\phi =$ (18,0±0,1) cm. On obtient le rayon en divisant le diamètre par 2 :

$$r = \frac{\phi}{2} = \frac{18{,}0\ cm}{2} = 9{,}00\ cm$$

Puisqu'il s'agit d'une division, on divise l'incertitude du diamètre par 2 :

$$\Delta r = \frac{\Delta\phi}{2} = \frac{0{,}1\ cm}{2} = 0{,}05\ cm$$

Le rayon est donc de (9,00±0,05) cm.

Additions et soustractions

L'incertitude sur une addition ou une soustraction :

$$\boxed{Z = X \pm Y}$$

est donnée par la relation suivante :

$$\boxed{\Delta Z = \Delta X + \Delta Y}.$$

Exemples :

- (2,58 ± 0,05)cm – (99,3 ± 0,1)cm = (-96,72±0,15)cm = (-96,7±0,2)cm
- (44,529 ± 0,002)mL + (33,45 ± 0,07)mL = (77,979 ± 0,072)mL = (77,98 ± 0,07)mL
- (0,00539 ± 0,00001)N – (0,00123 ± 0,00004)N = (0,00416 ± 0,00005)N = (4,16±0,05)x10^{-5}N

Multiplications et divisions

L'incertitude sur une multiplication ou une division :

$$\boxed{Z = XY \text{ ou } Z = \frac{X}{Y}}$$

est donnée par la relation suivante :

$$\boxed{\left|\frac{\Delta Z}{Z}\right| = \left|\frac{\Delta X}{X}\right| + \left|\frac{\Delta Y}{Y}\right|}$$

Une combinaison de multiplication et de division se fait de la même façon :

$$\boxed{Z = \frac{AB}{C}}$$

On obtient :

$$\boxed{\left|\frac{\Delta Z}{Z}\right| = \left|\frac{\Delta A}{A}\right| + \left|\frac{\Delta B}{B}\right| + \left|\frac{\Delta C}{C}\right|}$$

Puisqu'une incertitude ne peut pas être négative, il est important d'additionner les incertitudes relatives en valeur absolue. Il est impossible d'augmenter la précision en effectuant un calcul d'incertitude.

Puisque on cherche généralement l'incertitude absolue d'un résultat, on utilise dans ce cas la forme suivante :

$$\boxed{\Delta Z = \left(\left|\frac{\Delta A}{A}\right| + \left|\frac{\Delta B}{B}\right| + \left|\frac{\Delta C}{C}\right|\right) Z}$$

Il est important de ne pas oublier la parenthèse.

Exemples :

- (15,00 ± 0,01) cm x (1,34 ± 0,03)cm
  - Multiplication en premier : 15,00 cm x 1,34 cm = 20,10 cm^2
  - Incertitude : $= \left(\frac{0{,}01\ cm}{15{,}00\ cm} + \frac{0{,}03\ cm}{1{,}34\ cm}\right) \times 20{,}10\ cm^2 = 0{,}463\ cm^2$
  - On obtient : (20,10±0,463) cm^2 = (20,1±0,5) cm^2
- (44,529 ± 0,002) g/ (33,45 ± 0,07) cm^3
  - Division en premier : 44,529 g / 33,45 cm^3 = 1,33121 g/cm^3
  - Incertitude : $= \left(\frac{0{,}002\ g}{44{,}529\ g} + \frac{0{,}07\ \mathrm{cm}^3}{33{,}45\ \mathrm{cm}^3}\right) \times 1{,}33121 \frac{g}{cm^3} = 0{,}00284\ g/cm^3$
  - On obtient : (1,33121±0,00284) g/cm^3 = (1,331±0,003) g/cm^3

Exposants

L'incertitude sur un exposant:

$$\boxed{Z = X^n}$$

est donnée par la relation suivante :

$$\boxed{\left|\frac{\Delta Z}{Z}\right| = \left|n\frac{\Delta X}{X}\right|}$$

Racines

L'incertitude sur une racine :

$$\boxed{Z = \sqrt[n]{X}}$$

est donnée par la relation suivante :

$$\boxed{\left|\frac{\Delta Z}{Z}\right| = \left|\frac{1}{n}\frac{\Delta X}{X}\right|}$$

Exemple :

- 4 x ((2,00 ± 0,05) m)^3
  - Exposant en premier : 4 x 2,00^3 m^3= 32,000 m^3
  - Incertitude : $= 3 \times \frac{0{,}05\ m}{2{,}00\ m} \times 32{,}000\ \mathrm{m}^3 = 2{,}40\ \mathrm{m}^3$
  - On obtient : (32,000±2,40) m^3 = (32±2) m^3

Priorité des opérations

Les calculs d'incertitudes doivent se faire en respectant l'ordre de priorité des opérations en mathématiques. Il est parfois recommandé de décomposer un calcul en plusieurs étapes plutôt que de tout faire d'un coup.

Exemple :

On désire faire le calcul suivant :

$$\frac{(3{,}0 \pm 0{,}1)m - (1{,}5 \pm 0{,}1)m}{(4{,}05 \pm 0{,}05)s - (2{,}85 \pm 0{,}05)s}$$

On commence par le numérateur et le dénominateur (priorité des opérations) :

- Numérateur (soustraction) = $(3{,}0 \pm 0{,}1)\ m - (1{,}5 \pm 0{,}1)\ m = [(3{,}0 - 1{,}5) \pm (0{,}1 + 0{,}1)]\ m = (1{,}5 \pm 0{,}2)\ m$
- Dénominateur (soustraction) = $(4{,}05 \pm 0{,}05)\ s - (2{,}85 \pm 0{,}05)\ s = [(4{,}05 - 2{,}85) \pm (0{,}05 + 0{,}05)]\ s = (1{,}2 \pm 0{,}1)s$

Ce qui nous donne :

$$\frac{(3{,}0 \pm 0{,}1)\ m - (1{,}5 \pm 0{,}1)\ m}{(4{,}05 \pm 0{,}05)\ s - (2{,}85 \pm 0{,}05)\ s} = \frac{(1{,}5 \pm 0{,}2)\ m}{(1{,}2 \pm 0{,}1)\ s}$$

On termine avec la division :

- Résultat : 1,5 m/1,2 s = 1,25 m/s
- Incertitude : $\left(\frac{0{,}2m}{1{,}5m} + \frac{0{,}1s}{1{,}2s}\right) \times 1{,}25m/s$=0,271m/s

Le résultat du calcul est donc (1,3±0,3) m/s.

Méthode des extrêmes

L'idée derrière la méthode des extrêmes est la suivante : l'incertitude d'une mesure indique l'intervalle dans lequel on pense que la mesure réelle se situe. Par exemple, si une mesure est donnée par ($X\pm\Delta X$), ceci signifie que la mesure réelle se situe entre ($X+\Delta X$) et ($X-\Delta X$). L'incertitude sur un calcul peut donc être maximisée ou minimisée (extrême) en effectuant un calcul avec ($X+\Delta X$) ou ($X-\Delta X$).

Cette méthode peut être utilisée pour toutes les fonctions mathématiques pour lesquelles il n'y a pas de règle simple comme le logarithme, l'exponentielle et les fonctions trigonométriques.

À partir de cette méthode on obtient donc un résultat X_{max} ($X+\Delta X$) et un résultat X_{min} ($X-\Delta X$). Le résultat du calcul sera donc donné par :

$$X_{moy} = \frac{X_{max} + X_{min}}{2}$$

Et son incertitude absolue :

$$\Delta X_{moy} = \frac{X_{max} - X_{min}}{2}$$

Il est souvent acceptable de prendre directement la valeur de X comme résultat sans nécessairement faire la moyenne entre X_{max} et X_{min}. En fait, X et X_{moy} devraient en général est très près l'un de l'autre, surtout si les incertitudes relatives sont relativement faibles. L'exemple suivant illustre bien cette situation :

Exemple #1

On veut calculer le sinus de (13,0±0,2)°. On constate que les valeurs maximale et minimale sont données par :

X_{max} = sin(13,0+0,2)° = 0,22835

X_{min} = sin(13,0-0,2)° = 0,22154

Donc $X_{moy} = \frac{0{,}22835+0{,}22154}{2}$ = 0,224945 et $\Delta X_{moy} = \frac{0{,}22835-0{,}22154}{2}$ = 0,00341.

Le résultat est donc donné par (0,225±0,003). Un calcul direct de sin(13,0°) donne 0,225. On constate ici que X donne le même résultat que X_{moy}. Ceci est possible puisque l'incertitude relative de l'angle est de 0,2°/13,0° = 1,5%, ce qui est petit.

Il est intéressant de remarquer que si la fonction est un cosinus, le maximum est obtenu avec un angle de (13,0-0,2)° et vice-versa. Cela s'explique par le fait que le cosinus est une fonction décroissante, qui atteint son maximum à 0°.

Exemple #2

On veut calculer l'incertitude sur la relation suivante : $X = \frac{A-B}{C}$. On constate que dans le cas d'une division, on maximise le résultat lorsque le numérateur est grand et que le dénominateur est petit. Donc,

$$X_{max} = \frac{(A + \Delta A) - (B - \Delta B)}{C - \Delta C}$$

On choisit le signe négatif pour l'incertitude de B. C'est logique puisqu'on cherche à maximiser le numérateur. Nous allons faire le contraire pour le minimum :

$$X_{min} = \frac{(A - \Delta A) - (B + \Delta B)}{C + \Delta C}$$

Remarque concernant la méthode des extrêmes

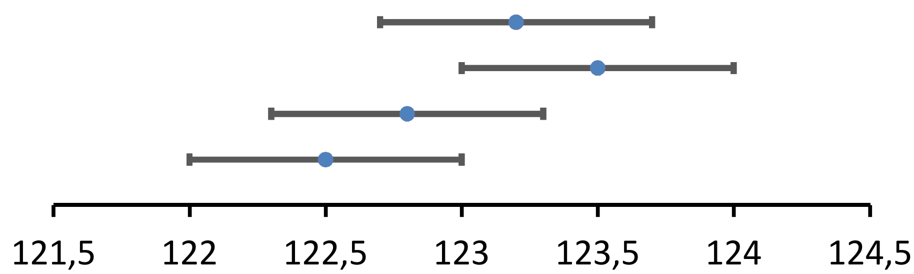
Si une variable se trouve à plusieurs endroits dans le calcul, on doit la faire intervenir avec la même incertitude. Par exemple, on ne peut pas avoir (X+ΔX) à un endroit dans la formule et (X-ΔX) ailleurs. Pour un calcul donné (max ou min), la valeur de chaque mesure doit être la même. Il est préférable, lorsque c'est possible, d'éviter cette situation en découpant le calcul algébriquement en s'assurant qu'une variable n'apparaisse qu'une seul fois par terme.

Moyenne et incertitude d'une moyenne de mesures

On désire calculer la moyenne et son incertitude à partir d'une série de mesures. Par exemple, nous avons une série de températures avec leur incertitude :

Température (°C)
122,5±0,5
122,8±0,5
123,5±0,5
123,2±0,5

Si on trace un graphique permettant de comparer chaque mesure entre elle, on obtient la figure suivante :



On obtient la moyenne et son incertitude à partir de la méthode des extrêmes. On constate que :

- La température maximale est donnée par (123,5+0,5)°C = 124,0°C;
- La température minimale est donnée par (122,5-0,5)°C = 122,0°C.

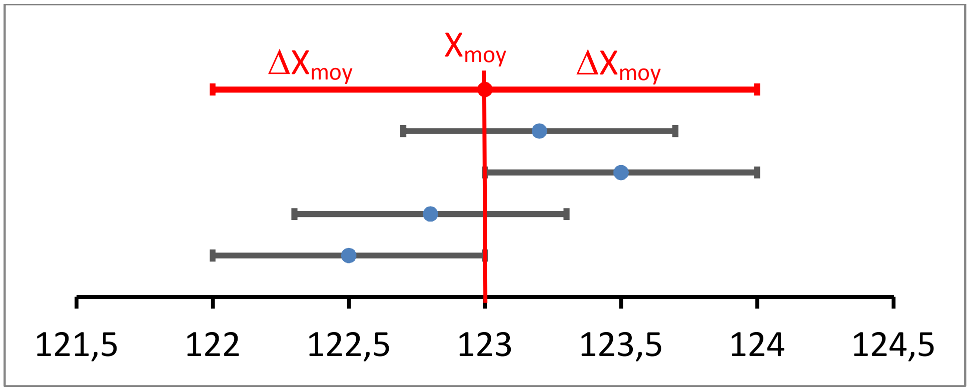
La température moyenne est donc :

$$T_{moy} = \frac{T_{max} + T_{min}}{2} = \frac{124{,}0°C + 122{,}0°C}{2} = 123{,}0°C$$

et son incertitude :

$$\Delta T_{moy} = \frac{T_{max} - T_{min}}{2} = \frac{124{,}0°C - 122{,}0°C}{2} = 1{,}0°C$$

Ce qui nous donne donc une température moyenne de (123±1)°C.



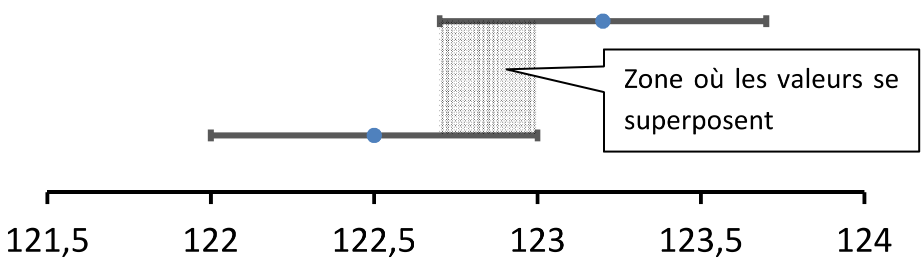
Reproductibilité d'une mesure

Des mesures sont considérées comme reproductibles si elles sont comparables, compte tenu de leurs incertitudes. Plus précisément, elles sont reproductibles si l'incertitude de la moyenne est plus petite ou égale au double de l'incertitude de chaque mesure :

$$\boxed{\Delta X_{moy} \leq 2\Delta X}$$

<u>Il est important de noter que ce critère de reproductibilité n'est valide que pour une série de mesure ayant tous la même incertitude.</u>

Données reproductibles

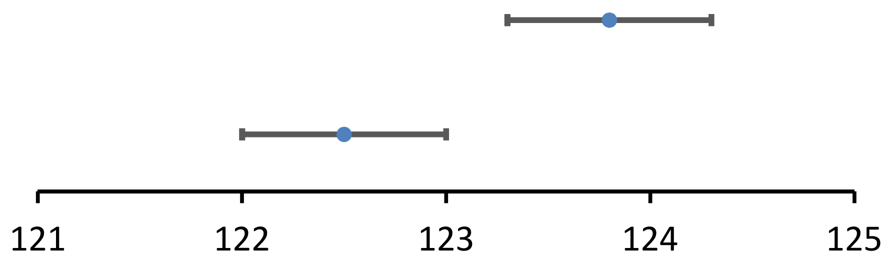


L'incertitude de la moyenne est de :

$$\Delta T_{moy} = \frac{T_{max} - T_{min}}{2} = \frac{123{,}7°C - 122{,}0°C}{2} = 0{,}85°C$$

Ici, 2ΔX = 1°C. On voit bien que les données sont reproductibles, car $0{,}85°\mathrm{C} \leq 1°\mathrm{C}$.

Données non-reproductibles



L'incertitude de la moyenne est de :

$$\Delta T_{moy} = \frac{T_{max} - T_{min}}{2} = \frac{124{,}3°C - 122{,}0°C}{2} = 1{,}15°C$$

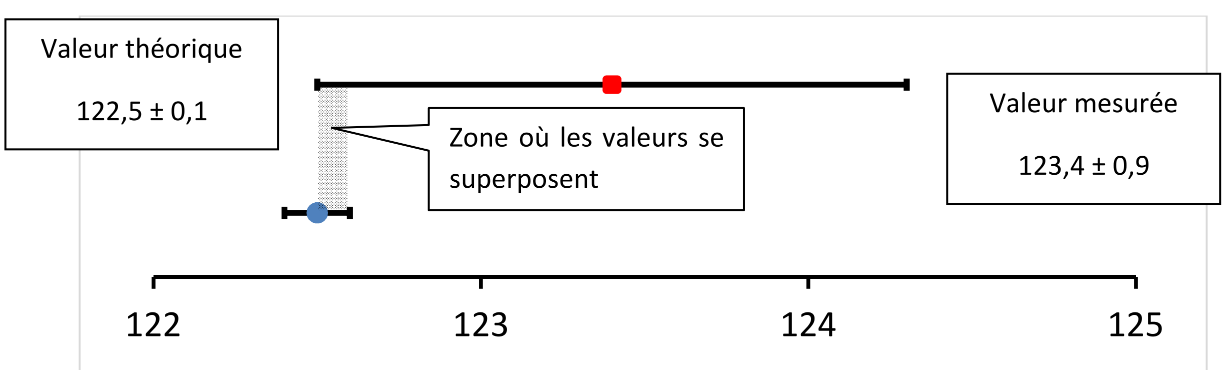
Ici, 2ΔX = 1°C. On voit bien que les données ne sont pas reproductibles, car $1{,}15℃ > 1℃$.

Exactitude ou correspondance d'un résultat

Vérifier l'exactitude d'un résultat permet de répondre à la question suivante : « Mon résultat expérimental concorde-t-il avec la valeur théorique ou de référence ? »

Par exemple, on mesure l'accélération gravitationnelle de la Terre en laboratoire et on obtient une valeur de 9,7 m/s². Est-ce que cette valeur concorde avec la valeur acceptée à Laval de (9,8064±0,0001) m/s²? Si la réponse est oui, alors est-ce que 9,6 m/s² serait acceptable? Ce questionnement est douteux et sans fin. Il faut absolument éviter tout jugement qualitatif sur la validité d'un résultat. Voici comment juger de l'exactitude d'un résultat :

Une mesure est dite « exacte » si elle correspond à la valeur de référence. On entend par valeur réelle une valeur prédite par la théorie ou une valeur de référence. <u>Pour que deux valeurs concordent entre-elles, leur plages doit coïncider en partie</u>.



Deux quantités sont considérées égales, si l'écart entre elles est inférieur ou égal à la somme des incertitudes absolues. Dans ce cas, l'écart est non significatif et le résultat est concordant : la différence entre les deux meilleures estimations n'a pas de signification physique, car elle est due aux incertitudes.

$$\boxed{|\text{É}cart| \leq \Delta \text{É}cart}$$

Dans la figure ci-haut, on obtient un écart de |123,4°C – 122,5°C| = 0,9°C. L'incertitude absolue de l'écart est obtenue avec la méthode différentielle : 0,1°C + 0,9°C = 1°C (car l'écart est obtenue par une soustraction). On constate donc que l'écart est bel et bien plus petit que son incertitude (0,9°C < 1°C), cet écart est donc non-significatif et la mesure est exacte.

Dans certains cas, il peut être intéressant de comparer deux résultats expérimentaux obtenus par des méthodes expérimentales différentes. Dans ce cas, il suffit de calculer l'écart entre les deux résultats. Si l'écart entre les deux résultats est plus petit que son écart, on peut affirmer que l'écart est non-significatif et que les deux résultats « correspondent ». Malgré le fait qu'il s'agisse d'un calcul identique à celui permettant de vérifier l'exactitude d'un résultat, nous l'appelons plutôt « critère de correspondance ».

Exactitude et reproductibilité

Il faut faire attention de pas confondre les concepts d'exactitude et de reproductibilité malgré la grande similarité des équations permettant de les vérifier.

De plus, afin de minimiser la part du hasard dans l'évaluation de l'exactitude d'un résultat, il faut, de prime abord, vérifier la reproductibilité de la série de mesures. Une série de mesures qualifiée de non-reproductible mènera directement à l'obtention d'un résultat inexact. Dans le cas d'une série de mesures dites reproductibles, il faut ensuite vérifier l'exactitude du résultat obtenu afin de pouvoir tirer une conclusion.

Mediagraphie

- BOISCLAIR, Gilles, PAGÉ, Jocelyne (2004), *Guide des Sciences Expérimentales*, 3e édition, Saint-Laurent, Édition du renouveau pédagogique, 228 p.
- Lecture d'un vernier :
  - http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Divers/vernier.html